БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №3

Вариант 9

**Разностные схемы для уравнения Пуассона**

**Выполнила:**

Старостина Ангелина

3 курс 7 группа

**Преподаватель:**

Будник Анатолий Михайлович

Минск, 2023

**Содержание**

Постановка задачи…………………………….………………………………………....3

Алгоритм решения………………………………….…………………………………....4

**Постановка задачи**

Дана задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике

:

Найти приближенное решение разностным итерационным методом на сетке узлов с шагами , методом Якоби.

**Алгоритм решения**

Переобозначим .

Разностная задача:

В индексном виде:

Разрешим относительно и запишем итерационный процесс метода Якоби:

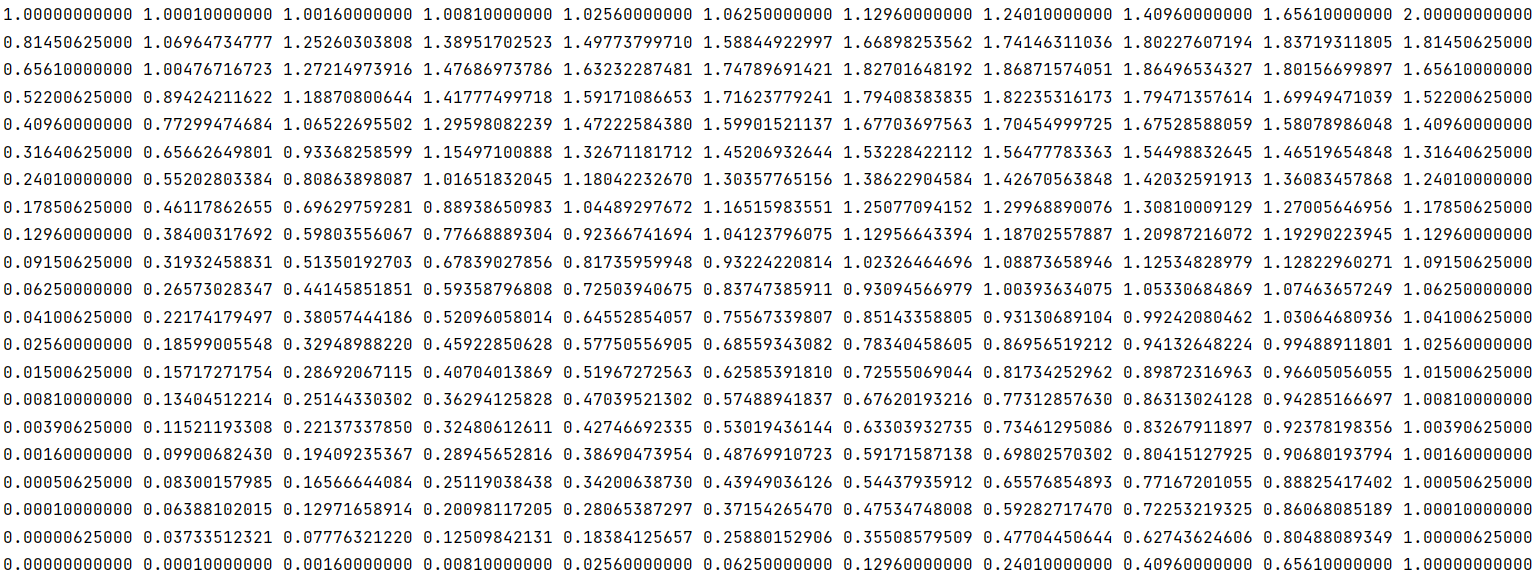
Перед запуском итерационного процесса заполняем значения на границе из условий. Остальные значения на начальном приближения берем равными 0.

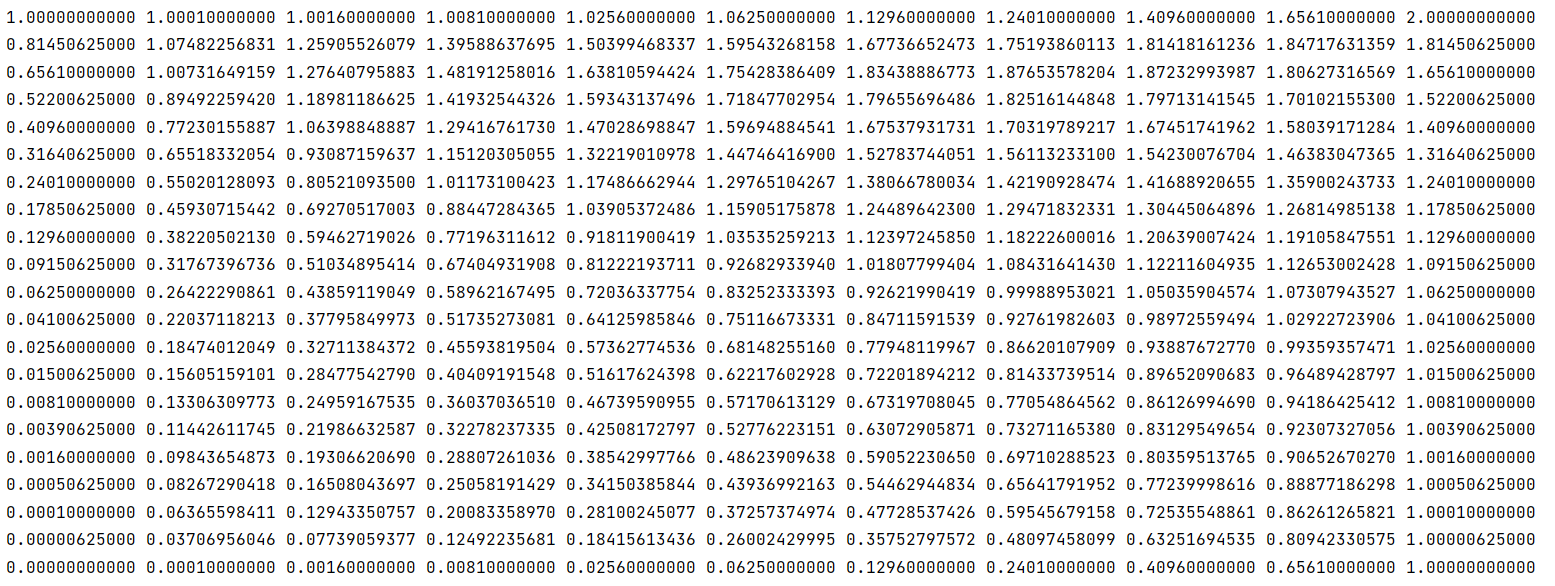
Условие остановки итерационного процесса: , где .

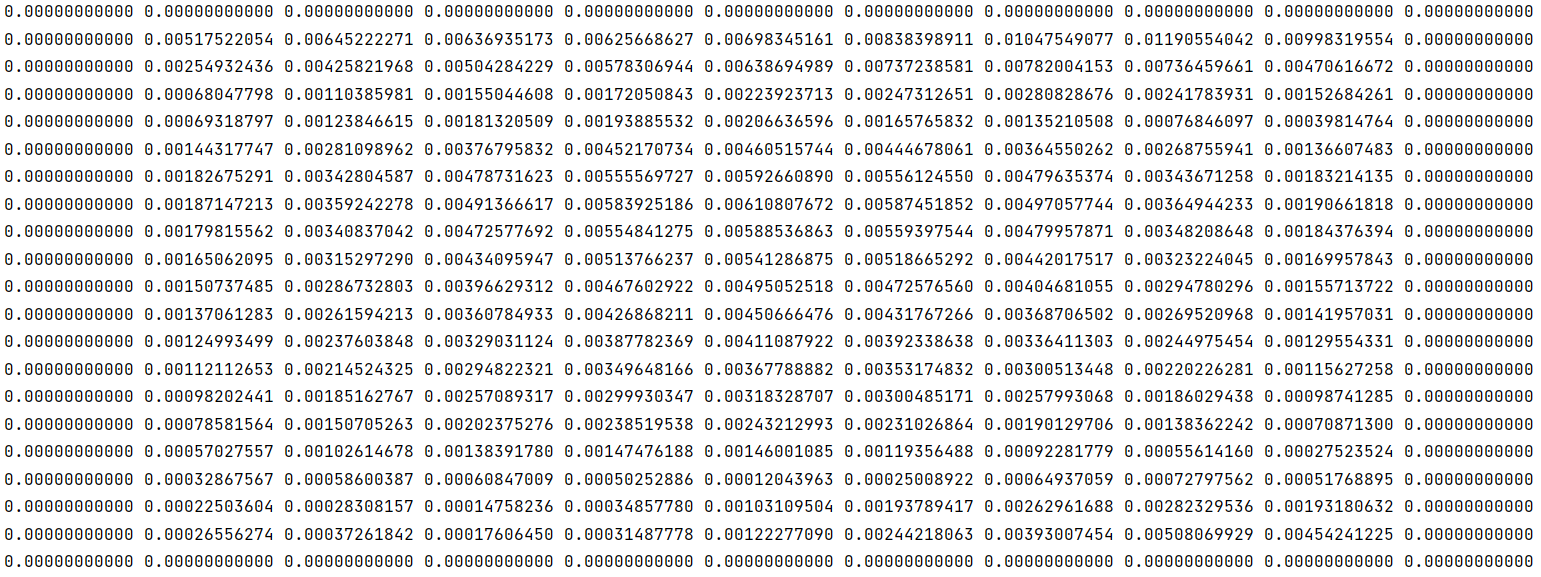
**Листинг программы**

import numpy as np  
  
h1 = 0.05  
h2 = 0.1  
N1 = int(1 / h1)  
N2 = int(1 / h2)  
res = np.zeros((N1+1, N2+1))  
eps = 0.01  
  
def x(i):  
 return i \* h1  
def y(j):  
 return j \* h2  
  
  
def f(x, y):  
 return 12 \* (x\*\*2 + y\*\*2)  
  
  
def fill\_border():  
 for i in range(N1+1):  
 res[i, 0] = x(i)\*\*4  
 res[i, N2] = 1 + x(i)\*\*4  
  
 for j in range(1, N2):  
 res[0, j] = y(j)\*\*4  
 res[N1, j] = 1 + y(j)\*\*4  
  
def iteration(i, j):  
 y1 = 0  
 y2 = eps+1  
 h1\_2 = h1\*\*2  
 h2\_2 = h2\*\*2  
 while(abs(y1 - y2) > eps):  
 y2 = y1  
 y1 = 1 / (2/h1\_2 + 2/h2\_2) \* ((res[i+1, j] + res[i-1, j])/h1\_2 + (res[i, j+1] + res[i, j-1])/h2\_2 + f(x(i), y(j)))  
 return y1  
  
  
fill\_border()  
for i in range(1, N1):  
 for j in range(1, N2):  
 res[i, j] = iteration(i, j)  
print('\n'.join(' '.join(map(str, ["{0:.13f}".format(x) for x in res[N1-i]])) for i in range(N1+1)))

**Вывод программы**





Невязка:

По результатам работы программы видно, что погрешность имеет второй порядок. Из построения схемы теоретическая погрешность – , то есть реальная погрешность получилась меньше теоретической. Граничные условия аппроксимировались точно, поэтому их невязка равна 0.